GHEORGHE ADALBERT SCHNEIDER

TESTE GRILĂ DE AUTOEVALUARE LA MATEMATICĂ
PENRTU CLASA A IX – A
PROFIL INFORMATICĂ

EDITURA HYPERION
CRAIOVA 2025

BIBLIOGRAFIE

1. **Gh. Ţiţeica**, *Probleme de geometrie*, Editura tehnică, Bucureşti 1981.

2. **Liviu Vicolescu, Vladimir Boskoff**, *Probleme practice de geometrie*, Editura tehnică, Bucureşti 1990.

3. **Gh. Schneider**, *Culegere de probleme de algebră pentru clasele IX - XII*, Editura Hyperion, Craiova 2020.

4. **Gh. Schneider**, **C. Schneider**, *Culegere de probleme de geometrie pentru liceu*, Editura Hyperion, Craiova 2020.

5. **Gh. Schneider,** *Culegere de probleme de trigonometrie pentru clasele IX - X*, Editura Hyperion, Craiova 2020.

6. Manuale clasa a IX-a

7. Colecţia *Gazeta Matematică*, seria B, 1966-1993.

Cuprins

1. Mulțimi și elemente de logică matematică
1.1 Mulțimea numerelor reale
1.1.1 Numere raționale
a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Mulțimea numerelor naturale: $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \cdots, \}$.
2. Mulțimea numerelor întregi: $\mathbf{Z} = \{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots, \}$.
3. a) **Număr rațional** = mulțimea tuturor fracțiilor ordinare **echivalente** cu o fracție ordinară dată.
b) Fracțiile ordinare $\frac{m}{n}$ și $\frac{p}{q}$ unde $m, n, p, q \in \boldsymbol{Z}, n \neq 0, q \neq 0$ sunt **echivalente** dacă și numai dacă $\frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Leftrightarrow mq = np$.

Exemplu. Fracțiile $\frac{3}{7}$ și $\frac{9}{21}$ sunt echivalente deoarece $3 \cdot 21 = = 7 \cdot 9 = 63$.

c) **Mulțimea numerelor raționale**: $\mathbf{Q} = \left\{\frac{m}{n} \mid m, n \in \boldsymbol{Z}, n \neq 0\right\}$.

În mod evident avem incluziunile: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$

4. a) **Fracție ireductibilă** = fracția ordinară $\frac{m}{n}$, unde m și n sunt prime între ele (cel mai mare divizor comun al numerelor a și b este egal cu 1).

Exemple. Fracțiile $\frac{5}{11}$ și $\frac{8}{13}$ sunt ireductibile deoarece 5 și 11, respectiv 8 și 13 sunt prime între ele.

b) **Fracție reductibilă** = fracția ordinară $\frac{m}{n}$, unde m și n sunt multipli de un număr $p \neq 1$.

Exemple. Fracțiile $\frac{6}{14}$ și $\frac{9}{12}$ sunt reductibile, deoarece 6 și 14 sunt multipli de 2, iar 9 și 12 sunt multipli de 3.

5. Fracție zecimală. Fiind dat numărul rațional $\frac{m}{n}$, prin împărțirea lui m la n se obține fracția zecimală $a, a_1a_2a_3 \cdots$, unde a este un număr întreg, iar $a_1, a_2, a_3 \cdots$ sunt cifre (iau valori în mulțimea $\{0, 1, 2, \cdots, 9\}$)

Dacă după virgulă fracția zecimală are un număr finit de zecimale atunci ea se numește **fracție zecimală finită.**

Exemple. a) $\frac{7}{5} = 1{,}4$ b) $-\frac{15}{4} = -3{,}75$ c) $\frac{125}{8} = 15{,}625$.

Dacă după virgulă fracția zecimală are un număr infinit de zecimale atunci ea se numește **fracție zecimală infinită**.

Exemple. a) $\frac{11}{3} = 3{,}666\cdots = 3,(6)$

b) $-\frac{17}{6} = -2{,}8333\ \cdots = -2{,}8(3)$.

Fracțiile zecimale infinite care reprezintă numere raționale au o grupă de cifre care se repetă de o infinitate de ori și care se numește **perioadă,**

În exemplul de la a) perioada este (6), începe după virgulă și fracția zecimală se numește **periodică simplă**.

În exemplul de la b) perioada este (3), între virgulă și perioadă există cifra 8 și fracția zecimală se numește **periodică mixtă**.

Pentru a scrie o fracție zecimală periodică sub forma unei fracții ordinare procedăm conform regulior învățate în gimnaziu:

a) $0,(6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

b) $3,(21) = 3 + \frac{21}{99} = 3 + \frac{7}{33} = \frac{106}{33}$.

c) $2{,}12(3) = 2 + \frac{123-12}{900} = 2 + \frac{111}{900} = 2 + \frac{37}{300} = \frac{637}{300}$

b) Teste grilă de autoevaluare
Testul 1

■ **Se acordă 1p din oficiu**

(1) 1. Dintre relațiile de mai jos:

a) $-5 \in \mathbf{N}$ b) $8 \in \mathbf{N}$ c) $7,(8) \in \mathbf{N}$ d) $\frac{7}{9} \in \mathbf{Z}$ e) $2{,}7 \in \mathbf{Q}$

adevărate sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 2. Dintre fracțiile: $\frac{1}{3}, \frac{3}{6}, \frac{3}{5}, \frac{11}{8}, \frac{11}{31}, \frac{15}{25}, \frac{17}{32}, \frac{27}{45}, \frac{12}{35}$ echivalente cu fracția $\frac{6}{10}$ sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 3. Determină toate fracțiile de forma $\frac{n}{2}$ cuprinse între numerele naturale 3 și 9. Numărul lor este egal cu:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 4. Fracțiile $\frac{2}{7}$ și $\frac{4}{x+2}$ sunt echivalente pentru valoarea lui x egală cu: **10** **11** **12** **13** **14**

(1) 5. Dintre fracțiile: $\frac{2}{3}, \frac{8}{6}, \frac{3}{5}, \frac{10}{8}, \frac{11}{33}, \frac{15}{17}, \frac{17}{31}, \frac{27}{36}, \frac{15}{35}$ reductibile sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 6. Dintre fracțiile: $\frac{2}{7}, \frac{3}{6}, \frac{4}{11}, \frac{11}{7}, \frac{12}{32}, \frac{15}{35}, \frac{17}{34}, \frac{27}{41}$, ireductibile sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 7. Transformați fracția ordinară $\frac{11}{3}$ în fracție zecimală. Arătați că a zecea zecimală este egală cu:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 8. Fracția $\frac{n-9}{n-3}$ devine număr întreg pentru un număr de valori natural ale lui n egal cu: **5** **6** **7** **8** **9**

(1) 9. Arătați că fracția $\frac{n^2+n}{4n+2}$ este reductibilă. Cea mai mică valoare naturală a lui n cu care se simplifică este egală:

1 **2** **3** **4** **5**

Testul 2

■ **Se acordă 1p din oficiu**

(1) 1. Dintre relațiile de mai jos:

a) $-3 \in \mathbf{Z}$ b) $-6 \in \mathbf{N}$ c) $\frac{5}{8} \in \mathbf{N}$ d) $\frac{3}{10} \in \mathbf{Q}$ e) $-7 \in \mathbf{Q}$

adevărate sunt: **una** **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 2. Fie perechile de fracții:

a) $\frac{1}{2}$ și $\frac{2}{3}$; b) $\frac{4}{3}$ și $\frac{12}{9}$; c) $\frac{1}{3}$ și $\frac{7}{15}$; d) $\frac{5}{2}$ și $\frac{20}{8}$; e) $\frac{4}{7}$ și $\frac{7}{12}$.

Arătați că echivalente sunt un număr de perechi egal cu:

1 **2** **3** **4** **5**

(1) 3. Determină toate numerele naturale cuprinse între numerele raționale $\frac{11}{2}$ și $\frac{45}{4}$. Numărul lor este egal cu:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 4. Determină toate numerele naturale cuprinse între numerele raționale $-\frac{17}{3}$ și $\frac{71}{8}$. Numărul lor este egal cu:

7 **8** **9** **10** **11**

(1) 5. Fracțiile $\frac{4}{9}$ și $\frac{x+3}{27}$ sunt echivalente pentru valoarea lui x egală cu: 7 **8** **9** **10** **11**

(1) 6. Transformați fracția ordinară $\frac{13}{6}$ în fracție zecimală. Arătați că a opta zecimală este egală cu:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 7. Fracția $\frac{n+9}{n+3}$ devine număr natural pentru un număr de valori ale lui n egal cu: **1** **2** **3** **4** **5**

(2) 8. Arătați că fracția $\frac{n^2+3n+8}{n^2-n+6}$ este reductibilă. Cea mai mică valoare naturală a lui n cu care se simplifică este egală:

1 **2** **3** **4** **5**

1.1.2 Numere iraționale. Numere reale.

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Număr irațional = numărul reprezentat de o fracție zecimală, infinită, neperiodică.

Exemple. a) $\sqrt{2} = 1{,}4142135\cdots$ b) $\sqrt{7} = 2{,}6457513\cdots$

2. Notăm **mulțimea tuturor numerelor iraționale** cu $\mathbf{R} - \mathbf{Q}$.

3. Număr real = orice număr rațional sau irațional.

4. Notăm **mulțimea tuturor numerelor reale** cu **R** și avem egalitatea $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup (\mathbf{R} - \mathbf{Q})$.

Evident au loc relațiile:

a) $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ b) $\mathbf{R} - \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ c) $\mathbf{Q} \cap (\mathbf{R} - \mathbf{Q}) = \varnothing$.

b) Teste grilă de autoevaluare

Testul 1

■ **Se acordă 1p din oficiu**

(1) 1. Fie numerele: $\sqrt{16}, \sqrt{99}, \frac{3}{4}$, 1,(3), $\sqrt{121}, \sqrt{44}, \sqrt{75}$. Dintre acestea, numere iraționale sunt:

unu **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 2. Calculați $\sqrt{5}$ cu 7 zecimale. Cifra 6 apare printre aceste zecimale de un număr de ori egal cu:

0 **1** **2** **3** **4**

(1) 3. Numărul natural de o cifră *n*, astfel încât numărul $\sqrt{n+4}$ să fie rațional este:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 4. Arătați că numere raționale de forma $\sqrt{n+1}$, unde *n* este număr natural mai mic decât 10 sunt:

unu **două** **trei** **patru** **cinci**

(1) 5. Arătați că numere iraționale de forma $\sqrt{2n+1}$, unde *n* este număr natural pătrat perfect de 2 cifre sunt:

unu **două** **șase** **patru** **cinci**

(1) 6. Numărul natural de două cifre *n*, astfel încât numărul $\sqrt{n+65}$ să fie natural de o cifră este:

13 **16** **25** **46** **57**

(1) 7. Determină toate numerele naturale de 2 cifre *n*, astfel încât numărul $\sqrt{n+10}$ să fie rațional. Numărul lor este egal cu:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 8. Numărul natural *n* pentru care $\sqrt{n^2+9}$ este rațional este:

3 **4** **5** **6** **7**

(1) 9. Determină toate numerele naturale *n*, astfel încât $\sqrt{n+6}$ să fie rațional și $\sqrt{n+6} \leq 6$. Numărul lor este egal cu:

3 **4** **5** **6** **7**

1.1.3 Operații algebrice cu numere reale
Puteri cu exponent întreg.
a) Noțiuni teoretice și exemple

Operațiile algebrice pe mulțimea numerelor reale sunt: adunarea și înmulțirea. Ele se definesc ca extensii ale operațiilor de adunare și înmulțire din mulțimea numerelor raționale.

a) Proprietățile adunării

1) Asociativitatea: $(x+y)+z = x+(y+z)\ (\forall)x, y, z \in \mathbf{R}$;
2) Comutativitatea: $x+y = y+x\ (\forall)x, y \in \mathbf{R}$;
3) Element neutru 0: $x+0 = 0+x = x\ (\forall)x \in \mathbf{R}$;
4) Element opus: : $x+(-x) = (-x)+x\ (\forall)x \in \mathbf{R}$; numărul $-x$ se numește opusul lui x.

b) Proprietățile înmulțirii

1) Asociativitatea: $(xy)z = x(yz)\ (\forall)x, y, z \in \mathbf{R}$;
2) Comutativitatea: $xy = yx\ (\forall)x, y \in \mathbf{R}$;
3) Element neutru 1: $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x\ (\forall)x \in \mathbf{R}$;
4) Element inversabil : $x \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \cdot x = 1\ (\forall)\ x \in \mathbf{R},\ \ x \neq 0$;

numărul $\frac{1}{x}$ se numește inversul lui x.

c) Proprietate de legătură între înmulțire și adunare

1) Distributivitatea înmulțirii față de adunare:

$$x(y+z) = xy + xz\ (\forall)x, y, z \in \mathbf{R}.$$

Observație. Ca operații derivate ale adunării și înmulțirii se pot defini operațiile de scădere și împărțire.

a) $x - y = x + (-y), (\forall)x, y \in \mathbf{R}$;
b) $x : y = x \cdot \frac{1}{y}, y \neq 0$.

d) Formule de calcul prescurtat

1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
3) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;
4) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
5) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
6) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$;

7) $(a-b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$;
8) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$;
9) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$;
10) $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1})$, $n \geq 2, n \in \mathbf{N}$;
11) $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \cdots - ab^{n-2} + b^{n-1})$, $n \geq 2,\ n \in \mathbf{N}$, impar.

e) Alte formule algebrice utile

1) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$;
2) $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$;
3) $a^4 + b^4 = (a^2+b^2)^2 - 2a^2b^2 = [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2a^2b^2$;
4) $a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$;
5) $a^6 + b^6 = (a^2+b^2)^3 - 3a^2b^2(a^2+b^2)$;
6) $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2ab - 2ac - 2bc$;
7. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$;
8) a) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac) = \frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$.
9) $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = 3(a+b)(b+c)(c+a)$.

f) Proprietățile puterilor cu exponent întreg

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;
2) $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$;
3) $(a^m)^n = a^{mn}$;
4) $(ab)^m = a^m \cdot b^m$;
5) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, $b \neq 0$.

b) Teste grilă de autoevaluare

Testul 1

■ **Se acordă 1p din oficiu**

(1) **1.** Valoarea numărului: $2 + 4 + \cdots + 40$ este:

410 **415** **420** **425** **430**

(1) **2.** Valoarea calcului $(5^4)^{-2} \cdot (5^2)^{-4} \cdot 5^{17}$ este:

0 **1** **5** **10** **25**

(1) **3.** Valoarea numărului: $\frac{1+3+5+\cdots+49}{1+2+3+\cdots+49}$ este:

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{9}{14}$ $\frac{13}{27}$ $\frac{25}{49}$

(1) **4.** Valoarea numărului:

$$(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{4})^2 + (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{6})^2$$

este: **17** **18** **19** **20** **21**

(1) **5.** Forma cea mai simplă a numărului:

$$\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{75} + \sqrt{108} + \sqrt{147}$$

este: $21\sqrt{3}$ $22\sqrt{3}$ $23\sqrt{3}$ $24\sqrt{3}$ $25\sqrt{3}$

(1) **6.** Forma cea mai simplă a numărului: $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ este:

$\sqrt{3}$ $2\sqrt{3}$ **1** **0** $2\sqrt{2}$

(1) **7.** Forma cea mai simplă a expresiei:

$$(x+y)^2 + (x+2y)^2 - (x+3y)^2 - (x+2y)(x-2y)$$

este: $x^2 + y^2$ $x - y$ $2xy$ x^2 **0**

(1) **8.** După simplificare, fracția $\frac{a^2b+a^2+b+1}{b^2+3b+2}$ devine:

$\frac{a+1}{b+2}$ $\frac{a^2+1}{b+2}$ $\frac{a^2+2}{b+1}$ $\frac{a+2}{b+2}$ $\frac{a+1}{b-2}$

(1) **9.** Forma cea mai simplă a expresiei:

$$1 - \frac{a+2}{a^2+2a+1} : \frac{a-1}{a+1} : \frac{a+2}{a-1}$$

este: $\frac{a}{a+1}$ $\frac{a}{a+2}$ $\frac{a-1}{a+1}$ $\frac{a}{a-3}$ $\frac{a}{a-1}$